

# 违约预测的小波结构模型研究

韩璐<sup>1</sup>, 宏伟<sup>1</sup>, 韩立岩<sup>2</sup>

(1. 清华大学五道口金融学院, 北京 100083; 2. 北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191)

**摘要:** 本文针对上市公司违约预测问题, 按照行业类型对我国 2009 年的上市企业进行分层抽样, 构建了小波结构模型。小波结构模型通过应用小波变换来分解上市公司日收益序列, 进而对低频序列和高频序列分别构建预测模型, 再依据预测模型对未来收益进行预测, 最后使用小波逆变换重构预测收益序列。通过小波结构模型可以避免时间序列模型进行收益波动预测的累加计算过程。在结合我国上市公司的实际数据对这两种模型的校验中, 可以发现小波结构模型比时序结构模型在违约预测上有更好的识别力和准确度。

**关键词:** 小波分析; 时间序列; 结构模型; 违约预测; 信用风险管理

**中图分类号:** F832 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-6062(2014)04-0137-09

## 0 引言

目前学术界对企业违约的预测研究, 主要有两个里程碑的结果, 一个是结构模型, 主要以 Merton 模型和 KMV 模型为代表; 另一个是评分模型。其中, 结构模型已经进入巴塞尔资本协议的推荐范畴, 成为违约风险领域的一个市场标准。但是, 结构模型因为其需要企业的股权价值以及股权价值的波动信息才能进行违约预测, 所以其预测的效果直接取决于对这两个参数的估计方法。

本文正是在这样的背景下, 深入探讨结构方程模型的参数估计过程, 提出了小波结构模型的收益波动估计方法, 通过小波变换对收益序列进行分解, 从而在低频和高频部分分别构建预测模型, 再依据预测模型进行小波重构, 从而可以避免时间序列方法计算股权波动性上的叠加误差。在结合国内上市公司的对比验证中, 可以发现小波结构模型在违约预测的效果上明显优于时序结构模型。

## 1 研究现状

关于结构方程对违约风险的预测首次出现在 Merton<sup>[1]</sup> 的研究上, 他把布莱克和斯科尔斯<sup>[2]</sup> 的方法应用到公司债券定价上, 通过对公司资本结构和公司价值动态变化的适当简化, 对公司债券和股票给出了与布莱克和斯科尔斯模型类似的定价公式。KMV 公司<sup>[3]</sup> 以 Merton 模型为基础开发了一个实证性的违约概率估计量, 称为违约频率 (Expected Default Frequency, EDF), 可以看作是违约概率 (Probability of Default, PD) 的一致估计量, 从而通过计算 EDF 来预测违约概率, 而不是采用 Merton 模型中的累积正态分布概率计算。

目前, 对结构模型的研究主要集中在实际应用评估和模

型方法改进上。其中, Ye Jing 和 Xu<sup>[4]</sup> 使用小样本量 22 个企业来调整 KMV 的参数构建, 从而使之能更好的适应中国的情况。Chen, Wang 和 Wu<sup>[5]</sup> 以 2004 到 2006 年的 80 个企业为样本构建 KMV 模型, 对我国中小企业的违约风险进行了提前预警。Camara, Popova 和 Simkins<sup>[6]</sup> 应用 KMV 模型对次贷危机后的金融企业违约风险进行了评估, 发现 KMV 模型在违约预测方面有较高的准确性。类似的, 对于结构方程的适用性验证研究可以参考文献<sup>[7-9]</sup>。模型方法改进上, Lee<sup>[10]</sup> 使用遗传算法对 KMV 模型的违约点构造进行了改进。Yah, Lin 和 Hsu<sup>[11]</sup> 组合了粗糙集的方法来对结构模型中的输入变量进行筛选。在国内, 吴冲锋和程鹏<sup>[12]</sup> 首先使用结构方程模型对沪深股市 15 家上市公司的信用状况进行分析, 得出其基本符合我国实际的结论。鲁炜、赵恒珩和刘冀云<sup>[13]</sup> 对结构模型中企业资产市场价值波动率和企业股权市场价值波动率的关系做了研究, 得出用两参数的 Weibull 分布更适合中国市场的结论。韩立岩和郑承利<sup>[14]</sup> 使用模糊数学的方法, 以 T 型模糊数表达市场的波动信息, 在结构方程中运用该模糊随机变量对违约风险进行了预测。程功、张维和熊熊<sup>[15]</sup> 研究了在我国上市公司信息有噪音存在的环境下, 如何提取有效信息, 从而利用结构模型预测违约问题。

从目前的研究可以看出, 结构模型在违约预测中有良好的表现, 但模型中参数的估计方法直接影响模型的效果。小波分析的技术已经广泛的应用到工程领域, 其通过时频联合的分析方法, 可以把任意形式的信号分解成时间和频率独立的部分, 根据不同的采样疏密, 调节时间窗口, 可以检查不同放大倍数下的信号特征, 从而能有效过滤信号中的噪声部分。本文正是基于以上原因, 结合我国上市公司的实际数据

收稿日期: 2011-11-21 修回日期: 2012-05-06

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(71232003, 70831001)

作者简介: 韩璐(1984—), 女, 河南洛阳, 助理研究员, 清华大学五道口金融学院应用经济学博士后, 主要从事信用风险管理和数据挖掘方面的研究。

对结构模型的参数方法确定予以讨论,从而构建更符合我国实际的违约预测模型。

## 2 模型描述

结构模型要求对上市公司的股权价值进行逐日盯市的评估,把违约过程描述为公司价值恶化的显性结果,同时把公司的所有者权益看作是看涨期权,负债看作是看跌期权,一旦公司的估值模型确定,公司的资本结构已知,就可以使用期权定价公式对权益和债务进行定价,进而就能计算违约概率。

### 2.1 模型假设

根据布莱克和斯科尔斯对于期权定价的研究,一个好的期权价格仅依赖于股票价格的波动量、无风险利率、期权到期时间、执行价格、股票时价。因此在对公司进行定价时,根据布莱克-斯科尔斯定价公式的原理,结构模型通常需要满足以下假设:

1. 价值为  $V$  的公司是通过股权(价值为  $S$ )和债务(本金为  $D$ 、到期期限为  $T$ )进行融资的。
2. 在任一时点  $t \leq T$ ,公司价值等于公司债务价值与股权价值之和,即  $V_t = S_t + D_t$ ;
3. 公司价值  $V$  遵循几何布朗运动,即有  $dV = uVdt + \sigma_v Vdz$ ;
4. 在债券到期日之前,债券持有人不能迫使公司破产,在债券到期日  $T$  如果公司价值足以偿付债务的本金  $V \geq D$ ,则认为公司具有偿债能力,否则就发生违约;
5. 在违约发生时,债券持有人比股东具有优先权,可以获得公司全部价值  $V$ ,否则,债券持有人获得其应得的金额——本金  $D$ 。

根据以上假设可知,股东的损益可以看作是执行价为  $D$  有关公司价值的看涨期权,公司债券持有人的损益可以看作是无风险债券减去公司价值的看跌期权。

### 2.2 模型结构

根据布莱克和斯科尔斯导出的期权价格公式可以导出以下关系:

$$S = VN(d_1) - De^{-rT}N(d_2) \quad (1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(V/D) + (r + \sigma_v^2/2) \times T}{\sigma_v \sqrt{T}} \quad d_2 = d_1 - \sigma_v \sqrt{T}$$

$N(\cdot)$  为标准正态分布变量的累计概率分布函数。

$$\text{同时,根据敏感性分析 } \sigma_s = \frac{V}{S} \left( \frac{\partial V}{\partial S} \right) \sigma_v \text{, 且 } \frac{\partial V}{\partial S} = N(d_1)$$

则可得

$$\sigma_s = \frac{V}{S} N(d_1) \sigma_v \quad (2)$$

联立(1)和(2)两个方程,有四个未知数  $V, \sigma_v, S, \sigma_s$ , 同时由于资产价值与波动不易获得,但可以通过计算  $S$  与  $\sigma_s$  来求解。因此,对于  $S$  与  $\sigma_s$  的计算是模型准确与否的关键。 $S$  可以从金融市场上直接获得,因此  $\sigma_s$  的估计就成了结构模型进行违约预测所必须解决的核心问题。

### 2.3 $\sigma_s$ 的计算方法

对于  $\sigma_s$  的估计,目前常使用 GARCH(1,1) 模型,有关研究可以参考<sup>[16]</sup>。模型如下所示:

$$\begin{aligned} r_t &= \sqrt{h_t} e_t \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \\ \varepsilon &\sim \text{iddN}(0, 1) \end{aligned} \quad (3)$$

在该模型中对未来波动率的预测需要进行迭加处理,因此在进行较长时间的预测时计算误差往往会被扩大。

小波分析是用一簇基函数去表示或者逼近任一信号或函数的非线性拟合方法。通过多层次的分解可以刻画任意函数的细节和趋势<sup>[17]</sup>。

定义1 设  $\psi \in L^2(R) \cap L^1(R)$ , 且  $\psi(0) = 0$ , 则按如下方式生成的函数族  $\{\psi_{a,b}\}$

$$\psi_{a,b}(x) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad b \in R, a \in R^+ \quad (4)$$

称为分析小波或连续小波。其中,  $\psi(x)$  称为基本小波或母小波,  $a$  为伸缩因子,  $b$  为平移因子,  $\hat{\psi}(w)$  表示  $\psi(x)$  的傅立叶变换<sup>①</sup>。

定义2 设  $\psi(x)$  是基本小波,  $\{\psi_{a,b}\}$  是按(4)式给出的连续小波,对于任意函数  $f \in L^2(R)$ , 函数  $f$  的连续小波变换  $W_f(a,b)$  可定义为:

$$W_f(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = |a|^{-1/2} \int_R f(x) \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx$$

定理1(反演定理) 设  $\psi(x)$  为允许小波,则对一切  $f, h \in L^2(R, dx)$ , 有  $\iint_{R^2} W_f(a,b) \overline{W_h(a,b)} \frac{da}{a^2} db = C_\psi \langle f, h \rangle$ , 对于任意  $f \in L^2(R)$ , 则由  $W_f(a,b)$  重构  $f(x)$  的小波逆变换为:

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} W_f(a,b) \psi_{(a,b)} \frac{da}{a^2} db$$

则根据以上定义定理可知,小波变换可以看成是将  $f(x)$  按基  $\psi_{a,b}(x)$  分解的过程,同时,任意  $f(x)$  可由其小波变换  $W_f(a,b)$  精确的重构。

定理2(多分辨分析定理) 设  $\varphi(x)$  是产生  $L^2(R)$  中多分辨分析  $\{V_j\}_{j \in Z}$  的尺度函数,且满足:

- 1)  $\{\varphi(x-n)\}_{n \in Z}$  是  $V_0$  中的标准正交基
- 2)  $\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_k p_k \varphi(2x-k)$ ,  $\{p_k\}_{k \in Z} \in l^2$

令

$$\psi_j(x) = \sqrt{2} \sum_k p_{1-k} \varphi(2x-k) = \sqrt{2} \sum_k q_k \varphi(2x-k)$$

$$W_j = \overline{\text{span}\{\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k)\}_{k \in Z}}$$

则

- 1)  $L^2(R) = \overline{\bigoplus_{j \in Z} W_j}$
- 2)  $W_j \perp W_{j'}, j \neq j'$
- 3)  $\{\psi_{j,k}(x)\}_{k \in Z}$  是  $W_j$  的标准正交基,从而也是  $L^2(R)$

① 设函数  $f \in L(R)$ , 傅立叶变换定义为  $\hat{f}(w) = \langle f(x), e^{iwx} \rangle = \int_R f(x) e^{iwx} dx = \int_R f(x) e^{-iwx} dx$

的标准正交基。

由多分辨定理可知 ,任意一函数  $f(x)$  都可以有以下两种小波分解:

$$f(x) = \sum_{m,n} \langle f | \psi_{m,n} \rangle \psi_{m,n}(x)$$

$$f(x) = \sum_n \langle f | \varphi_{m_0,n} \rangle \varphi_{m_0,n}(x) + \sum_{m>m_0,n} \langle f | \psi_{m,n} \rangle \psi_{m,n}(x)$$

设  $\psi(x)$  和  $\varphi(x)$  是相应的小波函数和尺度函数 ,则对于某个  $N \in Z$  ,可以把  $f_N$  用  $V_N$  去逼近 ,且  $V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1}$  ,对于任意  $j \in Z$  均成立 ,因此  $f_N = f_{N-1} + g_{N-1}$  ,其中  $f_{N-1} \in V_{N-1}$  ,  $g_{N-1} \in W_{N-1}$  ,则  $f_{N-1} = g_{N-1} + g_{N-2} + \dots + g_{N-M} + f_{N-M}$  ,序列  $f_j \in V_j$  和  $g_j \in W_j$  都可以表示为:

$$\begin{cases} f_j(x) = \sum_k c_{j,k} \varphi(2^j x - k) \\ c^j = \{c_{j,k}\} \in l^2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} g_j(x) = \sum_k d_{j,k} \psi(2^j x - k) \\ d^j = \{d_{j,k}\} \in l^2 \end{cases}$$

分解时

$$\begin{cases} c_{j-1,k} = \sum_l a_{l-2k} c_{j,l} \\ d_{j-1,k} = \sum_l b_{l-2k} c_{j,l} \end{cases}$$

重构时

$$c_{j,k} = \sum_l [p_{k-2l} c_{j-1,l} + q_{k-2l} d_{j-1,l}]$$

其中  $\{p_k\}$  与  $\{q_k\}$  称为重构序列 ,  $\{a_k\}$  与  $\{b_k\}$  称为分解序列。

此即为小波分解的 Mallat 算法。  $c^{j-1}$  和  $d^{j-1}$  都是由  $c^j$  的分解序列  $\{a_k\}$  与  $\{b_k\}$  作为权移动平均得到的 ,同时平均只在偶整数点采样 ,也叫向下抽样 ,而重构过程使用向上抽样 ,在偶指标上使用  $c^{j-1}$  和  $d^{j-1}$  对  $\{p_k\}$  与  $\{q_k\}$  做离散卷积。

根据 Mallat 算法 ,在对股权收益  $r(x)$  进行小波分解的基础上 ,对其分解序列  $\{a_k\}$  与  $\{b_k\}$  分别构建合适的模型 ,然后再使用重构序列  $\{p_k\}$  与  $\{q_k\}$  重构  $r(x)$  ,从而可以保证在  $l \rightarrow \infty$  时  $r(x) \rightarrow r(x)$  。具体建模过程参见 3.3 节的讨论。

### 3 实证分析

#### 3.1 数据与参数确定

本文以国泰安数据库的上市公司数据为数据来源 ,选取 2009 前上市并且 2009 年全年均未退市的上市公司数据。满足条件的上市公司共有 1697 家(包括 184 家 ST 企业) ,隶属于 13 个行业板块。因为结构模型主要针对实业公司进行违约预测 ,所以去除金融保险行业的上市企业(所属板块代码为 I)作为研究总体。为了平衡 ST 企业与非 ST 企业的样本容量 ,所以设定本研究中对这两类企业各取 50 家 ,然后按行业类别进行随机抽样。

对于模型中几个基本参数 ,在本研究中采用常规的公认途径予以确定:

首先 ,对于时间参数。结构模型讨论的都是是一年期贷款

的违约预测问题 ,本研究使用 2009 年的市场数据来预测 2010 年该企业的违约概率 ,并在第 4 部分用 2010 年的实际市场数据对模型结果予以校验。

其次 ,对于市场无风险收益率  $r$  。使用 2009 年的一年期银行定期存款利率 2.25% 作为无风险收益率。

进而 ,确定已选企业的股权价值  $S$  。由于我国上市公司股权结构中长期以来一直含有流通股和非流通股 ,所以采用股权价值 = 流通股数  $\times$  市价 + 非流通股数  $\times$  每股净资产的方式来确定股权价值。

最后 ,确定违约点价值  $DP$  (Default Point) 。本研究按照 KMV 模型的方法 ,以  $LT$  (Long Term) 表示非流动债务(到期期限超过一年) ,以  $ST$  (Short Term) 表示流动债务(到期期限在一年之内) ,则违约点价值按以下准则确定:

$$DP = ST + 0.5 \times LT \quad LT/ST < 1.5$$

$$DP = ST + (0.7 - 0.3 \times ST/LT) \times LT \quad LT/ST \geq 1.5$$

#### 3.2 基于时间序列的波动率模型

首先 ,根据股票的收盘价计算股票的日收益序列  $r_t = \log\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)$  。其中  $p_t$  表示股票当日的收盘价 ,  $p_{t-1}$  表示股票前一交易日的收盘价。以股票丰乐种业(代码 000713) 为例 ,说明建模过程 ,其日收盘收益序列  $r_t$  如下图 1 所示。

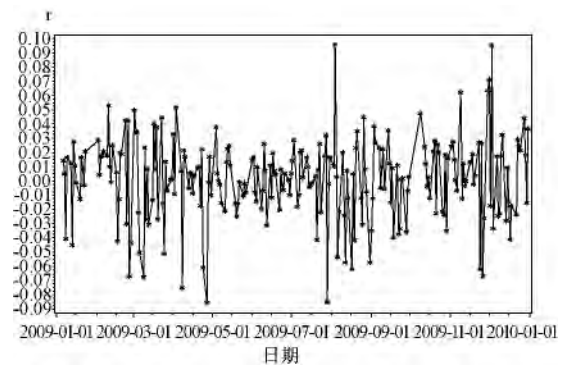


图 1 收益序列图

对  $r_t$  和  $r_t^2$  进行自相关检验 ,结果见表 1 和表 2 所示。检验结果表明  $r_t$  不存在自相关性 ,而  $r_t^2$  存在自相关性。

对  $r_t^2$  序列检验是否存在 ARCH 效应 ,进行 LM 检验。结果见下表 3 所示。

从表 3 可知 ,序列  $r_t^2$  存在高阶 ARCH 效应 ,适合使用 GARCH(1,1) 模型来进行建模。GARCH(1,1) 模型参数估计结果见表 4 所示。

从表 4 可知 ,GARCH(1,1) 中各项系数均在 90% 的置信区间上通过了检验 ,并且模型整体具有很小的 AIC。说明 GARCH(1,1) 对序列  $r_t^2$  有很好的拟合效果。

继续对序列残差进行 LM 检验 ,发现残差已不具有 ARCH 效应。从而可以得到丰乐种业(代码 000713) 的收益波动模型为:  $\sigma_t^2 = 0.0000894 + 0.1670e_{t-1}^2 + 0.7313\sigma_{t-1}^2$

根据 GARCH 日加总公式可以得到丰乐种业收益波动的预测模型为:  $\sigma_{t+h,t}^2 = 0.0000894 \times \frac{1 - (0.167 + 0.7313)^h}{1 - (0.167 + 0.7313)}$

表1  $r_t$  自相关检验表

Name of Variable = r																								
Mean of Working Series		0.001461																						
Standard Deviation		0.02847																						
Number of Observations		241																						
Autocorrelations													Std Error											
Lag	Covariance	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	Std Error
0	0.00081055	1.00000												*	*	*	*	*	*	*	*	*		0
1	-5.1367E-6	-0.00634									•		•											0.064416
2	-0.0000480	-0.05918									•	*		•										0.064418
3	0.00002399	0.02960									•		*	•										0.064643
4	-0.0001320	-0.16281							*	*	*		•											0.064700
5	-0.0000823	-0.10155								•	*	*		•										0.066378
6	0.00009813	0.12107									•		*	*	•									0.067019
7	-0.0000463	-0.05711									•	*		•										0.067921
8	8.03791E-6	0.00992									•		•											0.068120
9	0.00002470	0.03047									•		*	•										0.068126
10	-0.0000286	-0.03533									•	*		•										0.068182

表2  $r_t^2$  自相关检验表

Name of Variable = r2																								
Mean of Working Series		0.000813																						
Standard Deviation		0.001394																						
Number of Observations		241																						
Autocorrelations													Std Error											
Lag	Covariance	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	Std Error
0	1.94354E-6	1.00000												*	*	*	*	*	*	*	*	*		0
1	8.21723E-8	0.04228									•		*	•										0.064416
2	3.43857E-7	0.17692									•		*	*	*	*								0.064531
3	1.81886E-7	0.09358									•		*	*	•									0.066513
4	3.2275E-7	0.16606									•		*	*	*									0.067057
5	8.20276E-8	0.04221									•		*	•										0.068742
6	1.69453E-7	0.08719									•		*	*	•									0.08850
7	1.10282E-7	0.05674									•		*	•										0.069306
8	-1.8918E-7	-0.09734									•	*	*		•									0.069499
9	5.14837E-8	0.02649									•		*	•										0.070062
10	4.79835E-8	0.02469									•		•											0.070104

表3  $r_t^2$  LM 检验表

Q and LM Tests for ARCH Disturbances				
Order	Q	Pr > Q	LM	Pr > Q
1	0.5454	0.4602	0.5634	0.4529
2	7.4276	0.0244	7.3402	0.0255
3	9.5662	0.0226	8.8753	0.0310
4	16.0044	0.0030	12.9619	0.0115
5	16.3866	0.0058	12.9691	0.0237
6	18.5835	0.0049	13.3627	0.0376
7	19.5461	0.0066	13.5569	0.0596
8	22.0221	0.0049	18.8789	0.0155
9	22.2924	0.0080	18.9054	0.0260
10	22.5574	0.0125	19.4069	0.0354
11	22.6075	0.0201	19.4680	0.0532
12	22.6444	0.0309	19.4951	0.0773

表4 GARCH(1,1) 参数估计表

GARCH Estimates					
SSE	0.1953753	Observations	241		
MSE	0.0008107	Uncond Var	0.00087867		
Log Likelihood	523.904609	Total R-Square			
SBC	-1025.87	AIC	-1039.8092		
Normality Test	8.8924	Pr > ChiSq	0.0117		
Variable	DF	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t
Intercept	1	0.001086	0.001714	0.63	0.5263
ARCH0	1	0.0000894	0.0000545	1.64	0.1011
ARCH1	1	0.1670	0.0640	2.61	0.0091
GARCH1	1	0.7313	0.1073	6.82	<0.0001

+ (0.167 + 0.7313)<sup>h</sup>σ<sub>t</sub><sup>2</sup> 考虑到独立性假设,所以未来一年的收益波动性等于 σ<sup>2</sup> = ∑<sub>h=1</sub><sup>242</sup> σ<sub>t+h</sub><sup>2</sup>, 需要对未来各交易日的预测波动率进行加和,从而必然会带来较大的计算累积误差,而且误差将随着预测时间的增长而不断扩大,最终无法收敛。

3.3 基于小波分析的波动率模型

仍以丰乐种业为例说明小波结构模型的建模过程。根据 2.3 节的讨论,我们对其收益序列 r<sub>t</sub>, 根据公式(5)采用 db4 小波进行序列分解可以得到对应的低频和高频序列, 同时进行序列的随机性检验,发现一次分解后得到的两部分序列均为白噪声序列,则对低频序列再次采用 db4 小波进行二层分解并检验序列随机性,重复上述过程,直到低频部分不是白噪声序列为止,其过程如下图 2 所示。

通过小波分解,可以得到各层的系数序列,结果如图 3 所示,其中 ca3 表示 3 层分解所得的低频系数序列,该低频系数包含着模型的趋势信息,从图中可以看出 ca3 有一定的增长性;cd3 至 cd1 分别表示 3 层、2 层、1 层分解所得的高频系数序列,高频系数通常是噪声等扰动信息。

ca3 序列的平稳性和纯随机性检验结果见下表 5 至 7 所示。

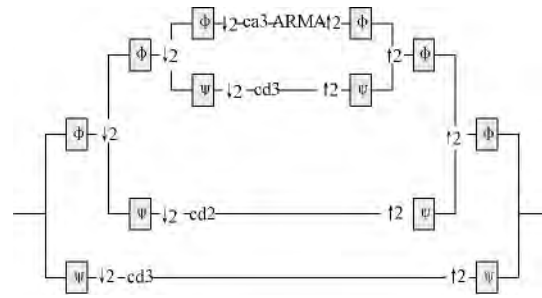


图 2 小波结构模型过程图

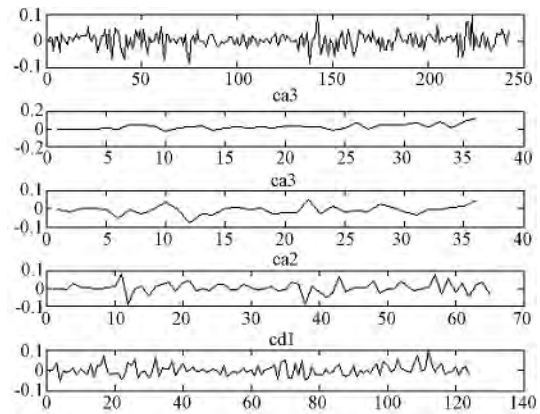


图 3 r<sub>t</sub> 小波分解图

表 5 ca3 自相关系数表

		Autocorrelations																						
Lag	Covariance	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	Std Error
0	0.0043140	1.00000												*	*	*	*	*	*	*	*	*		0
1	0.0014537	0.33697							•					*	*	*	*	*	*	*	*	*		0.166667
2	0.00095841	0.22216							•					*	*	*	*	•						0.184624
3	0.0015677	0.36340							•					*	*	*	*	*	*	*	•			0.191906
4	0.0013874	0.32160							•					*	*	*	*	*	*	•				0.210154
5	0.0011446	0.26532							•					*	*	*	*	*	•					0.223407
6	0.0012717	0.29479							•					*	*	*	*	*	•					0.231995
7	0.00039209	0.09089							•					*	*					•				0.242177
8	0.00037037	0.08585							•					*	*					•				0.243123
9	0.0015119	0.35047							•					*	*	*	*	*	*	•				0.243963
10	0.00028832	0.06683							•					*						•				0.257569
11	-0.0001330	-0.03083							•					*						•				0.258050
12	0.00008736	0.02025							•					*						•				0.258153

表 6 ca3 偏自相关系数表

		Partial Autocorrelations																				
Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
1	0.33697		8	•									*	*	*	*	*	*	*			
2	0.12253						•						*	*	•							
3	0.29368						•						*	*	*	*	*	*	•			
4	0.15083						•						*	*	*				•			
5	0.09962						•						*	*					•			
6	0.11184						•						*	*					•			
7	-0.17822						•	*	*	*	*								•			
8	-0.07278						•				*								•			
9	0.24469						•						*	*	*	*	*		•			
10	-0.16912						•		*	*	*								•			
11	-0.09264						•			*	*								•			
12	-0.11121						•			*	*								•			

表7 ca3 纯随机性检验表

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq		Autocorrelations				
6	23.39	6	0.0007	0.337	0.222	0.363	0.322	0.265	0.295
12	30.67	12	0.0022	0.091	0.086	0.350	0.067	-0.031	0.020

从上述结果可知, ca3 不是白噪声序列(表8的结果所示), 同时该序列的自相关系数拖尾, 偏自相关系数截尾, 符合 ARMA 模型。对其进行探索性建模实验, 拟合结果见下表

8 所示。根据最小赤池信息准则, 可以选择 AR(2) 模型作为低频系数 ca3 的预测模型, 结果如下式所示:  $ca3_t = 1 - 0.27373 \times ca3_{t-2}$ 。

表8 ca3 ARIMA 检验表

Minimum Information Criterion							
Lags	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5	MA 6
AR 0	-5.23429	-5.65049	-5.55152	-5.50743	-5.48589	-5.42724	-5.51711
AR 1	-5.67647	-5.63627	-5.56541	-5.4976	-5.42236	-5.35439	-5.42265
AR 2	-5.74299	-5.54325	-5.49968	-5.41498	-5.34201	-5.26003	-5.32593
AR 3	-5.629	-5.5561	-5.46162	-5.48852	-5.39405	-5.33011	-5.31225
AR 4	-5.59859	-5.49984	-5.40127	-5.39215	-5.29503	-5.23359	-5.2195
AR 5	-5.58626	-5.48736	-5.40802	-5.37711	-5.3073	-5.32515	-5.28808
AR 6	-5.69454	-5.64694	-5.61105	-5.53229	-5.45708	-5.37566	-5.34235

进而根据 ca3 的预测模型 AR(2) 和分解系数序列即 cd3、cd2 和 cd1 就可以重构  $r_t$  序列。各层的重构结果如下图 4 所示。

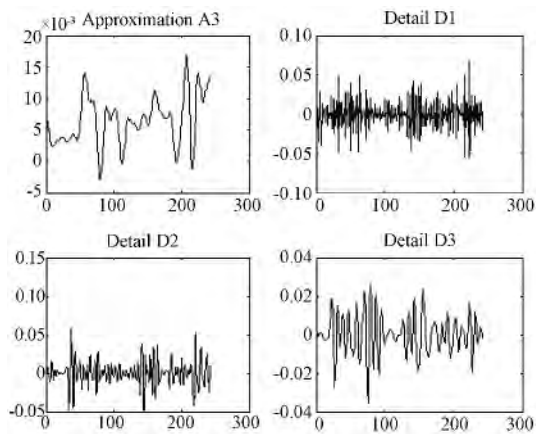


图4  $r_t$  小波重构结果图

重构后的收益序列  $r_t'$  与原序列  $r_t$  的比较如下图 5 所示。 $r_t$  序列以星号标记日收益波动值, 重构序列  $r_t'$  以圆圈标记日收益波动值, 经计算可得二者的误差仅为 0.026164。因此可以看出, 在收益序列  $r_t$  分解的过程中, 虽然对低频系数部分使用了 AR(2) 预测模型, 但由于高频序列蕴含的信息并未减少, 所以其重构序列能够高度逼近  $r_t$  序列, 从而可以认为使用 AR(2) 模型对低频部分信息的刻画是有效的, 进而可以推断该方法可以有效的拟合收益序列。

目前的研究普遍认为对于一只股票而言其波动的基本特征在短时期内不会发生剧烈改变, 因此, 可以使用低频序列的拟合模型对未来收益进行预测, 即可使用  $Ca3_t = 1 - 0.27373Ca3_{t-2}$  对未来 30 期的数据进行预测, 再逐次和对应

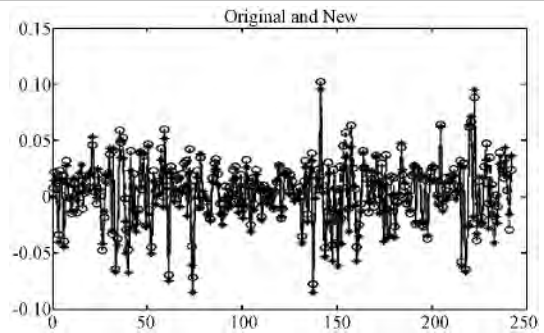


图5 原收益与重构收益比较图

的高频系数序列做卷积, 即可实现对未来一年的收益预测, 其预测结果如图 6 所示。其中, 前 242 个数据表示对 2009 年的收益序列的拟合结果, 后面部分表示对 2010 年收益序列的预测。

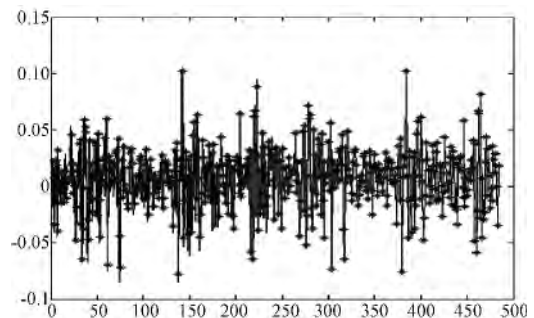


图6 收益序列预测图

至此, 则可以计算收益序列标准差  $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}$  作为未来一年的收益波动的一致估计量。从而就可以联立方程(1)和(2)对该企业的违约概率进

行预测。

的违约可能性越大。

$$DD = \frac{V - DP}{V \times \sigma_v} \quad (6)$$

#### 4 模型验证

虽然结构模型对于违约概率的计算方法有多种不同的选择,但普遍认为 KMV 模型的计算方法更为符合实际。这里就采用 KMV 模型的违约距离  $DD$  (Default Distance) 见公式(6)对所选样本公司的违约可能性进行讨论,从而避免因违约分布不同而带来的违约概率不一致的计算问题。通过公式(6)可以知道,一个企业的违约距离  $DD$  越小则该企业

考虑到公司实际违约情况难以收集,而我国两个交易所共同规定上市公司出现财务状况或者其他状况异常,导致投资者难于判断公司前景,权益可能受到损害的,交易所将会对公司股票进行特别处理,以“ST”标注。因此,我们采用“ST”企业代表违约企业,以此来对模型的识别能力进行验证,T检验的结果如下表9和表10所示。

表 9 时序结构模型 T 检验结果表

Statistics													
Variable	st type	N	Lower CL			Upper CL			Lower CL			Upper CL	
			Mean	Mean	Mean	Std Dev	Std Dev	Std Dev	Std Dev	Std Err	Minimum	Minimum	
dd_ga	0	50	2.4404	2.557	2.6736	0.3428	0.4103	0.5113	0.058	2.0663	3.5388		
dd_ga	1	50	0.3057	0.4717	1.6378	0.4881	0.5843	0.7281	0.0826	-74E-7	2.3776		
dd_ga	Diff(1-2)		2.1347	2.0863	1.2856	0.443	0.5048	0.5869	0.101				
T-Tests													
Variable	Method	Variances			DF	t Value			Pr >  t				
dd_ga	Pooled	Equal			98	10.75			<0.0001				
dd_ga	Satterthwaite	Unequal			87.9	10.75			<0.0001				
dd_ga	Cochran	Unequal			49	10.75			<0.0001				

表 10 小波结构模型 T 检验结果表

Statistics													
Variable	st type	N	Lower CL			Upper CL			Lower CL			Upper CL	
			Mean	Mean	Mean	Std Dev	Std Dev	Std Dev	Std Dev	Std Err	Minimum	Minimum	
dd_ga	0	50	2.6281	2.7491	2.8701	0.3556	0.4257	0.5305	0.0602	1.957	3.8333		
dd_ga	1	50	0.0746	0.2602	1.4458	0.5455	0.653	0.8137	0.0923	-74E-6	2.9107		
dd_ga	Diff(1-2)		2.5535	2.4889	1.7077	0.4837	0.5512	0.6408	0.1102				
T-Tests													
Variable	Method	Variances			DF	t Value			Pr >  t				
dd_ga	Pooled	Equal			98	13.51			<0.0001				
dd_ga	Satterthwaite	Unequal			84.3	13.51			<0.0001				
dd_ga	Cochran	Unequal			49	13.51			<0.0001				

从上表可以看出,在95%的置信区间下,两种模型都能较好的识别ST企业,说明对我国上市公司的违约情况两种模型都能进行有效的判断,从而可以断定结构模型能够在我国上市企业违约风险评估中有效运用。

设计了两组实验进行对比。

首先,识别力比较,验证模型根据2009年数据对企业违约情况的区分能力。根据时序结构模型和小波结构模型分别构造ST企业与非ST企业违约距离的配对样本,进行两组配对T检验。结果如下表11和表12所示。

进一步,为了对这两种结构模型的结果进行讨论,我们

表 11 两模型对 ST 企业的识别能力表

Statistics													
Variable	biaozhi	N	Lower CL			Upper CL			Lower CL			Upper CL	
			Mean	Mean	Mean	Std Dev	Std Dev	Std Dev	Std Dev	Std Err	Minimum	Minimum	
dd	ga	50	0.3057	0.4717	1.6378	0.4881	0.5843	0.7281	0.0826	-74E-7	2.3776		
dd	wa	50	0.0746	0.2602	1.4458	0.5455	0.653	0.8137	0.0923	-74E-6	2.9107		
dd	Diff(1-2)		2.2311	0.2115	0.4574	0.5437	0.6196	0.7203	0.1239				
T-Tests													
Variable	Method	Variances			DF	t Value			Pr >  t				
dd	Pooled	Equal			98	1.71			0.0910				
dd	Satterthwaite	Unequal			96.8	1.71			0.0910				
dd	Cochran	Unequal			49	1.71			0.0942				

表 12 两模型对非 ST 企业的识别能力表

Variable biaozi		N	Lower CL				Upper CL Lower CL			Upper CL	
			Mean	Mean	Mean	Std Dev	Std Dev	Std Dev	Std Err	Minimum	Minimum
dd	ga	50	2.4404	2.557	2.6736	0.3428	0.4103	0.5113	0.058	2.0663	3.5388
dd	wa	50	2.6281	2.7491	2.8701	0.3556	0.4257	0.5305	0.0602	1.957	3.8333
dd	Diff(1-2)		-0.358	-0.192	-0.026	0.3669	0.4181	0.4861	0.0836		

T-Tests						
Variable	Method	Variances		DF	t Value	Pr >  t
dd	Pooled	Equal		98	-2.30	0.0237
dd	Satterthwaite	Unequal		97.9	-2.30	0.0237
dd	Cochran	Unequal		49	-2.30	0.0259

从表 11 的结果可以看出,小波结构模型在 90% 的置信区间上对 ST 企业的预测违约距离要小于时序模型。而从表 12 的结果可以看出,小波结构模型在 95% 的置信区间上对非 ST 企业的预测违约距离要大于时序模型。所以,不论是对 ST 企业还是非 ST 企业,小波结构模型均有更好的识别力。

其次,预测力比较,验证模型根据 2010 年的实际情况对企业违约情况的预测能力。验证 2009 年未标记 ST 但 2010 年标记 ST 企业,本样本 100 家企业中只有 1 家,代码为

600355。根据时序结构模型该企业的违约距离约为 0.5023,而根据小波结构模型该企业的违约距离为 0.4711。受限于样本容量,虽然不能在统计意义上确定小波结构模型对违约企业的预测能力优于时序结构模型,但单就本例而言,小波结构模型比时序结构模型的预测违约距离要更接近于 0。同时,验证 2009 标记 ST 但 2010 年未标记 ST 的企业,共有 13 家企业,时序结构模型和小波结构模型预测的违约距离进行配对 T 检验结果如下表 13 所示。

表 13 两模型预测能力检验表

Variable biaozi		N	Lower CL				Upper CL Lower CL			Upper CL	
			Mean	Mean	Mean	Std Dev	Std Dev	Std Dev	Std Err	Minimum	Minimum
dd	ga	13	1.7323	1.9245	2.1167	0.2281	0.3181	0.5251	0.0882	1.4194	2.3524
dd	wa	13	1.8656	2.1299	2.3941	0.3136	0.4373	0.7218	0.1213	1.4729	2.9107
dd	Diff(1-2)		-0.515	-0.205	0.1041	0.2985	0.3823	0.5319	0.15		

T-Tests						
Variable	Method	Variances		DF	t Value	Pr >  t
dd	Pooled	Equal		24	-1.37	0.1835
dd	Satterthwaite	Unequal		21.9	-1.37	0.1847
dd	Cochran	Unequal		12	-1.37	0.1959

从表 13 可以看出,对这 13 家企业的违约距离预测,两模型均有较好的效果。并且小波结构模型比时序结构模型有更大的违约距离均值,同样由于样本容量的限制,所以该结果并不算十分显著,但也可以在 80% 的置信区间上认为小波结构模型对 ST 企业的违约预测优于时序结构模型。

是识别力还是预测力,小波结构模型比时序结构模型均有明显提升。但是,同所有结构模型类似,小波结构模型进行违约预测的过程仍无法避免股权价值及波动的计算,因此对市场环境的依赖性很强,限制了其在解决中小企业违约预测问题上的应用。

参 考 文 献

5 结 论

本文针对上市公司的违约预测问题,构建了小波结构模型。该模型通过应用小波变换技术分解收益序列,实现了对低频序列和高频序列分别构建预测模型,进而依据预测模型对未来收益进行预测,最后使用小波逆变换重构收益序列,从而避免了时间序列模型进行收益波动预测的累积误差。在结合我国上市公司实际数据的违约验证中,可以发现不论

[ 1 ] Merton RC. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates[J]. Journal of Finance, 1974, 29:449 ~ 470.  
 [ 2 ] Fischer B, Myron S. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637 ~ 654.  
 [ 3 ] Crosbie PJ, Bohn JR. Modeling default risk[Z]. <http://www.kmv.com>. 2002.



- [ 4 ] Ye Q , Jing N , Xu L. Research on credit risk measurement based on the capital market theory [J]. *Economist* , 2005 , 2: 112 ~ 117.
- [ 5 ] Chen XH , Wang XD , Wu D. Credit risk measurement and early warning of SMEs: An empirical study of listed SMEs in China [J]. *Decision Support Systems* , 2010 , 49: 301 ~ 310.
- [ 6 ] Camara A , Popova L , Simkins B. A comparative study of the probability of default for global financial firms [J]. *Journal of Banking & Finance* , 2011 , 2: 131 ~ 147.
- [ 7 ] Vassalou M , Xing Y. Default risk in equity returns [J]. *Journal of Finance* , 2004 , 1(2) : 831 ~ 868.
- [ 8 ] Hillegeist S , Keating E , Cram D , et al. . Assessing the probability of bankruptcy [J]. *Review of Accounting Studies* , 2004 , 9: 5 ~ 34.
- [ 9 ] Campbell J , Hilscher J , Szilagyi J. In search of distress risk [Z]. Working paper , Harvard University , 2006.
- [10] Lee W. Redefinition of the KMV model's optimal default point based on genetic algorithms-evidence from Taiwan [J]. *Expert Systems with Applications* , 2011 , 38: 10107 ~ 10113.
- [11] Yeh C , Lin F , Hsu C. A hybrid KMV model , random forests and rough set theory approach for credit rating [J]. *Knowledge-Based Systems* , 2012 , In press.
- [12] 程鹏 , 吴冲锋. 上市公司信用状况分析新方法 [J]. *系统工程理论方法应用* , 2002 , 11(2) : 89 ~ 93.
- [13] 鲁炜 , 赵恒珩 , 刘冀云. KMV 模型关系函数推测及其在中国股市的验证 [J]. *运筹与管理* , 2003(12) : 3 ~ 43 ~ 48.
- [14] 韩立岩 , 郑承利. 基于模糊随机方法的公司违约风险预测研究 [J]. *金融研究* , 2002 , 8: 48 ~ 53.
- [15] 程功 , 张维 , 熊熊. 信息噪音、结构化模型与银行违约概率度量 [J] , 2007 , 10(4) : 38 ~ 48.
- [16] Gaouette J. 等著. 石晓军等译. 演进着的信用风险管理 [M]. 北京: 高机械工业出版社 2001.
- [17] Vidakovic B. 著. 田铮译. 统计建模的小波方法 [M]. 北京: 高等教育出版社 2007.

## A Wavelet Structural Model for Default Prediction

HAN Lu<sup>1</sup> , ZHAO Hong-wei<sup>1</sup> , HAN Li-yan<sup>2</sup>

(1. PBC School of Finance , Tsinghua University , Beijing 100083 , China ;

2. School of Economics and Management , Beihang University , Beijing 100191 , China)

**Abstract:** Commercial banks consider credit risk management as one of the most serious problems. The optimal way of credit risk management is to forecast the default accurately before the loan.

Recent studies often use the structure model to forecast the default of the listed companies because this model can predict a company's market value by mark-to-market. The structure model can give general information about a company. Therefore , it is more accurate and more used in practice. The application process of structural model needs to estimate the company's equity value. According to the recent research , it usually uses time series to model the volatility for the prediction of equity value. However , this model cannot avoid iterative calculation. Thus , with the accumulation of time interval , the prediction will have large deviations.

This paper proposes a new method which is named wavelet structural model for default prediction. The model is constructed by sampling 100 companies according to industry types. The process of wavelet structural model is that wavelet decomposition on the proceeds is firstly applied , different models are built separately for low frequency part and high frequency part , and the predictive return is finally reconstructed.

The wavelet structural model can avoid accumulated calculation process of the volatility in time series model. The wavelet structural model can better reflect the actual situations of Chinese companies than time series model. As other structure models , wavelet structural model still cannot avoid the calculation of equity value because it has a strong dependence on market environment , which limits its applications in small and medium-sized enterprises.

**Key words:** wavelets analysis; time series model; structural model; default prediction; credit risk management

中文编辑: 杜 健; 英文编辑: Charlie C. Chen